י"ב – גיאומטריה 4 יח"ל

רצף הוראה

נושא	**פירוט**
1. מושגים בסיסיים	מושג וקטור כקטע עם כיוון. אורך וקטור. וקטורים קולינאריים (וקטורים שנמצאים על אותו ישר או על ישרים מקבילים). וקטורים קולינאריים בעלי אותו כיוון, בעלי כיוון נגדיים. וקטורים שווים. וקטורים נגדיים. דוגמאות עם צורות שונות במישור.
2. הכרת מושגים וגופים במרחב	היכרות ברמה בסיסית: א. קביעת מישור על ידי: - שני ישרים נחתכים , - שלוש נקודות שאינן על ישר אחד, - ישר ונקודה מחוץ לישר, - ישרים מקבילים ב. מצב הדדי בין שני מישורים: - מישורים נחתכים, ישר החיתוך, - מישורים מקבילים, ג. מצב הדדי בין ישר למישור: - ישר נמצא במישור, - ישר ומישור נחתכים בנקודה אחת, - ישר ומישור מקבילים. ד. מצב הדדי בין שני ישרים שונים: - נחתכים, - מצטלבים, - מקבילים. הכרת גופים והגדרות בסיסיות בגופים: א. מנסרה (לאו דווקא ישרה): בסיס, פאה, מקצוע, אלכסון. מקרים פרטיים: מקבילון, תיבה, קובייה. ב. פירמידה: קודקוד הראש, בסיס, פאה, מקצועות, פירמידה ישרה. התלמידים ינתחו שייכות של קודקודים לפאות ולמקצועות, שייכות מקצועות לפאות, יקבעו אלו קודקודים קובעים פאה של מנסרה או פירמידה, בסיס או מישור אחר, יקבעו מצבים הדדים שונים בעזרת הגופים הנ"ל.

	יישום מושגים בסיסיים בווקטורים בעזרת גופים במרחב .
3. פעולות בוקטורים בגישה גיאומטרית.	א. חיבור, חיסור, שימוש בחוק הקיבוץ וחוק החילוף של החיבור, ב. כפל וקטור בסקלר (כולל שימוש בחוק הקיבוץ של כפל בסקלרים $t\cdot(s\cdot\underline{u}) = (t\cdot s)\cdot\underline{u}$, חוק הפילוג של כפל בסקלרים $(t + s)\underline{u} = t\underline{u} + s\underline{u}$, חוק הפילוג בווקטורים $t(\underline{u} + \underline{v}) = t\underline{u} + t\underline{v}$), ג. תנאי הכרחי ומספיק לקולינאריות של וקטורים. ד. מושג הצירוף הלינארי של וקטורים, הצגה של וקטור כצירוף לינארי של וקטורים נתונים. ה. הכרת משפט (ללא הוכחה): כל וקטור במישור ניתן להצגה יחידה כצירוף לינארי של שני וקטורים לא קולינאריים במישור, וכל צירוף כזה נמצא במישור שנקבע על ידי שני וקטורים לא קולינאריים, או במישור מקביל אליו. קשר לדרכי קביעת המישור. הדוגמאות והתרגילים יתבססו על צורות במישור (כמו משולשים, מקביליות וכו') והגופים הנ"ל.
4. מכפלה סקלרית של וקטורים בגישה גיאומטרית	א. זווית בין שני וקטורים, זיהוי זוויות בין שני וקטורים, קוסינוס של זווית ישרה וקהה. הגדרת מכפלה סקלרית $\underline{u} \bullet \underline{v} = \|\underline{u}\| \bullet \|\underline{v}\| \bullet cos\alpha$. (משמעות סימן הכפל לפי ההקשר: מכפלת מספרים, מכפלת וקטור בסקלר, מכפלה סקלרית). ב. הכרת תכונות המכפלה הסקלרית ושימוש בהן בחישובים: - אורך וקטור: $\|\underline{u}\| = \sqrt{\underline{u}^2}$, - קומוטטיביות (חוק חילוף): $\underline{u} \bullet \underline{v} = \underline{v} \bullet \underline{u}$, - הומוגניות: $\underline{u} \bullet t\underline{v} = t(\underline{u} \bullet \underline{v})$, - דיסטריבוטיביות (חוק פילוג): $\underline{u} \bullet (\underline{v} + \underline{w}) = \underline{u} \bullet \underline{v} + \underline{u} \bullet \underline{w}$ (ללא הוכחה), מכפלה סקלרית מקוצרת: $(\underline{u} \pm \underline{v})^2 = \underline{u}^2 \pm 2\underline{u} \bullet \underline{v} + \underline{v}^2$,

	$(\underline{u}+\underline{v})(\underline{u}-\underline{v})=\underline{u}^2-\underline{v}^2$. עבור מכפלה סקלרית של וקטור בעצמו במקרה שהוקטור הוא צירוף לינארי של שלושה וקטורים, יש לכפול רב איבר ברב איבר. ג. קביעת ניצבות שני וקטורים. ה. חישובים של אורכי וקטורים בעזרת מכפלה סקלרית. חישובי זוויות בין שני וקטורים בעזרת מכפלה סקלרית. חישובי שטחים. הדוגמאות והתרגילים יתבססו על צורות במישור (כמו משולשים, מקביליות וכו') והגופים. דמיון והבדלים בין חוקי כפל המספרים לחוקי המכפלה הסקלרית (למשל, דמיון לנוסחאות הכפל המקוצר והבדלים במקרים של צמצום, מכפלה שווה לאפס).
5. ישר מאונך למישור. המשך מכפלה סקלרית של וקטורים בגישה גיאומטרית.	א. ישר מאונך למישור: הגדרה, התנאי המספיק. ניצבות של וקטור למישור, התנאי המספיק. ב. הכרת מנסרה ישרה. ג. שימוש במכפלה סקלרית בגופים ישרים ולאו דווקא ישרים לחישובי אורכים של וקטורים וזוויות בין וקטורים. חישובי שטחים.
6. הצגה אלגברית של וקטור	א. מערכת צירים במרחב. שיעורי נקודה במרחב. שיעורי נקודה שנמצאת על אחד הצירים, שיעורי נקודה שנמצאת באחד המישורים xy, yz, xz . ב. הצגה אלגברית של וקטור. שוויון וקטורים בהצגה אלגברית. ג. פעולות בוקטורים בהצגה אלגברית: חיבור, חיסור, כפל בסקלר. מציאת הצגות אלגבריות של וקטורים בצורות וגופים. מציאת שיעורי נקודות בעזרת הפעולות בוקטורים. ד. וקטורים קולינאריים. קביעת הימצאות של שלוש נקודות על אותו ישר. קביעת הקבלת ישרים. ה. צירוף לינארי של שני וקטורים לא קולינאריים. שימוש בצירוף לינארי:

	- לצורך קביעה אם וקטור נמצא במישור או מקביל למישור שנקבע על ידי שני וקטורים לא קולינאריים. - לצורך קביעה אם נקודה נמצאת במישור.
7. מכפלה סקלרית של וקטורים בהצגה אלגברית	א. חישוב של מכפלה סקלרית בהצגה אלגברית: $\underline{v} = (v_1, v_2, v_3)$, (u_1, u_2, u_3) $\underline{u} \bullet \underline{v} = u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$ ב. חישוב אורך וקטור (מרחק בין שתי נקודות): $|\underline{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$. ג. חישוב אורכים של וקטורים וזוויות בין וקטורים בעזרת מכפלה סקלרית. (כולל שימוש בהגדרה של מכפלה סקלרית: $\underline{u} \bullet \underline{v} = |\underline{u}| \bullet |\underline{v}| \bullet cos\alpha$) . ד. שימוש במכפלה סקלרית להוכחת ניצבות בין שני ישרים וניצבות בין וקטור ומישור. ה. חישוב שטחים של צורות שנלמדו ב- י', יא.
8. חישובי נפח של גופים.	גובה במנסרה. גובה בפירמידה. תכונת גובה בפירמידה ישרה. חישוב נפחים של גופים שנלמדו ב- יב (מנסרה, פירמידה). חישובי זוויות, אורכים ושטחים ייעשה בעזרת שימוש בווקטורים, בידע גיאומטרי כגון משפט פיתגורס, שימוש בטריגונומטריה במישור. חישובי נפח של פירמידה שאיננה ישרה יהיו רק במצבים הבאים: - נתונים שיעורי עקב הגובה של הפירמידה. - קל לזהות את העקב ולחשב את שיעוריו (כגון, פירמידה שבה אחד המקצועות מאונך לבסיס). - קודם לכן הוכח שווקטור הוא גובה הפירמידה בהתבסס על המכפלה הסקלרית.

	- קל לחשב את אורך הגובה בעזרת משפט פיתגורס או שימוש בפונקציות טריגונומטריות במשולש ישר זווית או שימוש בווקטורים. חישובי נפח של מנסרה שאיננה ישרה יהיו רק במצבים הבאים: - נתונים שיעורי קצוות הגובה. - קל לזהות ולחשב את השיעורים של קצוות הגובה. - קודם לכן הוכח שווקטור הוא גובה המנסרה בהתבסס על המכפלה הסקלרית. - קל לחשב את אורך הגובה בעזרת משפט פיתגורס או שימוש בפונקציות טריגונומטריות במשולש ישר זווית או שימוש בווקטורים.